

Описание заданий учебного практикума

Задание 1. Численные методы решения нелинейных уравнений

Необходимо разработать интерактивную программу, реализующую три численных метода решения нелинейных уравнений: метод деления отрезка пополам (метод бисекций), метод простых итераций, метод Ньютона (см. раздел 2.2 из книги Д. П. Костомарова). Сравнить полученное решение с точным.

Задача состоит в следующем. Дано уравнение

$$f(x) = 0. \quad (1)$$

Необходимо найти такое значение x^* , что при заданном $\varepsilon > 0$ выполняется

$$|f(x^*)| < \varepsilon,$$

либо

$$|x - x^*| < \varepsilon,$$

где значение x таково, что $f(x) = 0$.

Каждый из методов должен быть реализован в виде функции, принимающей указатель на функцию — левую часть уравнения (1), которое необходимо решить. В качестве результата выдается найденное решение, его отличие от точного (если точное решение известно), число выполненных при решении итераций.

Точность ε пользователь вводит с клавиатуры. Для метода бисекций пользователь задает границы A и B сегмента $[A, B]$, на котором ищется решение. Для метода простых итераций и Ньютона пользователь указывает начальное приближение.

Необходимо обрабатывать некорректный ввод: при возможности его корректировать и выдавать соответствующие предупреждения. Если ввод невозможно откорректировать, то сообщить об этом пользователю и запросить новые значения. Для метода бисекций необходимо проконтролировать, что решение на заданном сегменте существует. В методе Ньютона на каждой итерации проверять, что производная не обращается в нуль. В методе простых итераций и Ньютона проверять, что очередное приближение к решению не уходит на бесконечность.

Интерактивность подразумевает, что работа с программой осуществляется с помощью меню. Меню должно включать следующие пункты:

1. сравнение с точным решением (уравнение 1);
2. решение задачи, для которой не существует аналитического решения (уравнение 2);
3. выход.

Отчет должен включать

1. титульный лист
2. содержание (необязательно)
3. введение (несколько слов о том, чему посвящена работа и почему важно уметь численно решать нелинейные уравнения)
4. постановку задачи
5. описание методов решения задачи:
 - (а) метод деления отрезка пополам (метод бисекций)
 - (б) метод простых итераций
 - (с) метод Ньютона (метод касательных)
6. тестирование на модельной задаче
7. таблицы с результатами расчетов
 - (а) заголовки столбцов — заданная точность;
 - (б) заголовки строк — названия методов;
 - (с) значения в ячейках таблицы — число итераций, затраченных для достижения заданной точности:

ε	0,1	0,01	...
Метод бисекций
Метод простых итераций
Метод Ньютона

8. заключение (несколько слов о том, чему была посвящена работа и основные достигнутые результаты)
9. приложение (листинг программы — желательно моноширинным шрифтом [например, Courier])

Уравнения

Уравнение 1:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{4}{x} + x \right) - x = 0$$

Уравнение 2:

$$x - \cos x = 0$$

Ссылки

1. Костомаров Д. П., Корухова Л. С. Манжелей С. Г. Программирование и численные методы. — М.: Изд-во Моск. ун-та. — 2001.
2. Интернет-страница учебного курса «Программирование, численные методы и информатика». — <http://ani.cmc.msu.ru/ru/geol>.
3. Wolfram|Alpha—Computational Knowledge Engine. — <http://www.wolframalpha.com>.